

平成 24 年度 鳥取県立高等学校
入学者選抜学力検査問題

数 学

(第 2 時限 10 : 25 ~ 11 : 15 50 分間)

注 意

- 1 「始め」の合図があるまで、開いてはいけません。
- 2 問題は全部で5題あり、6ページまでです。
- 3 「始め」の合図があったら、まず、解答用紙に受検番号を書きなさい。
- 4 答えはすべて解答用紙に書きなさい。
- 5 計算等は問題用紙の余白を利用しなさい。
- 6 問題を読むとき、声を出してはいけません。
- 7 「やめ」の合図で鉛筆を置きなさい。
- 8 答えが分数になるときは、それ以上約分できない分数で答えなさい。
- 9 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。また、 $\sqrt{\quad}$ の中の数は、できるだけ小さい自然数にしなさい。
- 10 円周率は、 π を用いなさい。

【問題 1】 次の各問いに答えなさい。

問1 次の計算をしなさい。

(1) $-2 - (-3)$

(2) $\frac{1}{3} - \frac{3}{2}$

(3) $\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)$

(4) $10ab^2 \div 2b \times 5a$

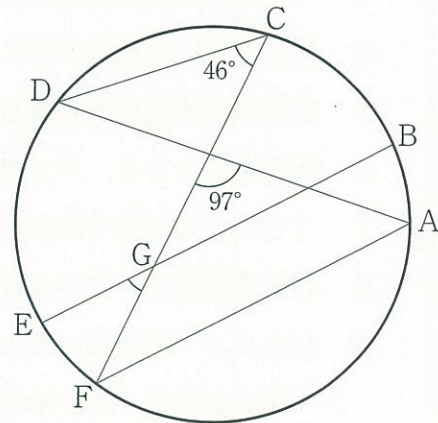
問2 $2a+3b=5$ を b について解きなさい。

問3 t^2+5t-6 を因数分解しなさい。

問4 二次方程式 $x^2+3x-5=0$ を解きなさい。

問5 右の図において、6点A, B, C, D, E, Fは円周上の点であり、点Gは弦BEと弦CFとの交点である。AF//BEのとき、 $\angle EGF$ の大きさを求めなさい。

図



問6 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が正である点Aがあり、点O(0, 0)、点B(0, 8) とするとき、三角形OABの面積が12であった。

点Aの x 座標を a として、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) x の変域が $-2 \leq x \leq a$ のとき、この関数の y の変域を求めなさい。

問7 田中さんは、平成23年（2011年）9月に発生した台風の数7個であったことを知り、これが多いのか少ないのかを判断するため、1951年から2010年までの過去60年間について9月に発生した台風の数調べた。次の表は、9月に発生した台風の数A、9月に発生した台風の数A個であった年の回数を度数Bとした度数分布表である。

このとき、田中さんの考察の ① にあてはまる値を答えなさい。また、② にあてはまる最も適当な語句を、あとのア～ウからひとつ選び、記号で答えなさい。

表

発生数 A(個)	2	3	4	5	6	7	8	9	計
度数 B(回)	3	9	9	22	11	1	3	2	60

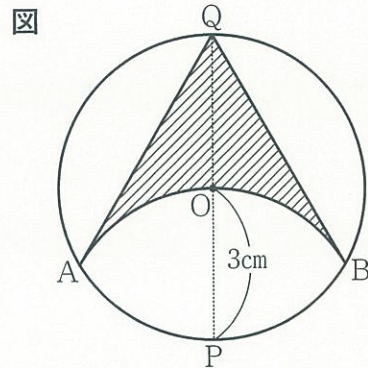
田中さんの考察

過去60年間の9月に発生した台風の数の平均値は4.9個、最頻値（モード）は5個、中央値（メジアン）は ① 個である。このことから判断すると、平成23年（2011年）9月に発生した台風の数は、 ② 。

ア 多いと言える イ 少ないと言える ウ 多いとも少ないとも言えない

問8 右の図のように、点Oを中心としPQを直径とする半径3cmの円と、点Pを中心としPOを半径とする円との交点をA、Bとする。

このとき、線分QA、線分QB、点Oを含む弧ABで囲まれた斜線部分の図形の面積を求めなさい。



問9 右の図 I のように、 $AB=AC$ である直角二等辺三角形ABCと頂点Aを通る直線 l があり、頂点Bから直線 l に垂線BPを、頂点Cから直線 l に垂線CQを引く。

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) 直線 l と点Bが図 II の位置にあるとき、点Pをコンパスと定規を用いて作図しなさい。

なお、作図に用いた線は、消さずに残しておきなさい。

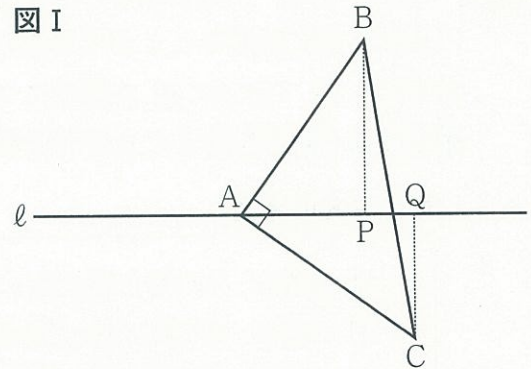
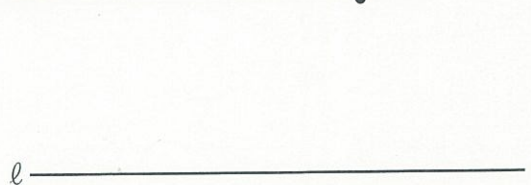


図 II



(2) $\triangle ABP$ と $\triangle CAQ$ に着目して、 $AP=CQ$ となることを証明しなさい。

【問題 2】 中山さんは、ある果樹農家で梨を箱に詰めて販売する職場体験活動を行った。次の表は、大きさの異なるA, B, Cの箱に詰める梨の個数と、1箱あたりの販売価格を示したものである。

このとき、あとの各問いに答えなさい。

表

箱	A	B	C
1箱に詰める梨の個数(個)	3	5	6
1箱あたりの販売価格(円)	1000	1500	1700

問1 中山さんが200個の梨をAとBの箱に詰める作業をしたところ、A, B合わせて54個の箱に、すべての梨をちょうど詰めることができた。

このとき、次の(1), (2), (3)に答えなさい。

(1) Aの箱の個数を x , Bの箱の個数を y として、連立方程式をつくりなさい。

(2) A, Bの箱の個数をそれぞれ求めなさい。

(3) この作業によるA, Bの箱がすべて売れたとき、販売価格の合計を求めなさい。

問2 中山さんは、 n 個の梨をBとCの箱に詰める場合には、自然数 n の値によっては、過不足なく箱に詰めることができない場合があることに気付いた。次の中山さんの考えを参考にして、 $13 < n < 30$ の場合について、BとCの箱をどのように使っても、 n 個の梨を過不足なく箱に詰めることができないような自然数 n の値をすべて求めなさい。

中山さんの考え

$n = 10$ の場合、Bの箱2個を使ってちょうど詰めることができる。

$n = 11$ の場合、Bの箱1個とCの箱1個を使ってちょうど詰めることができる。

$n = 12$ の場合、Cの箱2個を使ってちょうど詰めることができる。

$n = 13$ の場合、Bの箱とCの箱をどのように使っても過不足なく詰めることはできない。

【問題 3】 図 I のように、 $AB=10\text{cm}$ 、 $AD=30\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。点 P は、頂点 A を出発し、毎秒 3cm の速さで辺 AD 上を一往復して、頂点 A に戻るとそこで止まる。点 Q は、点 P が出発すると同時に頂点 B を出発し、毎秒 2cm の速さで辺 BC 上を一往復して、頂点 B に戻るとそこで止まる。

図 II は、点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の線分 AP の長さを $y\text{cm}$ とするときの x 、 y の関係を、 $0 \leq x \leq 30$ の範囲でグラフに表したものである。

このとき、あとの各問いに答えなさい。

図 I

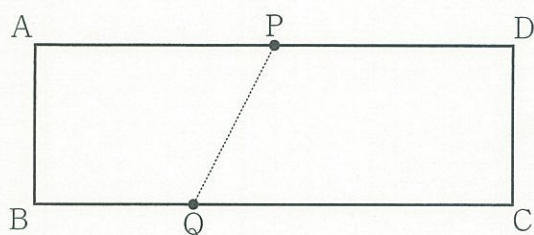
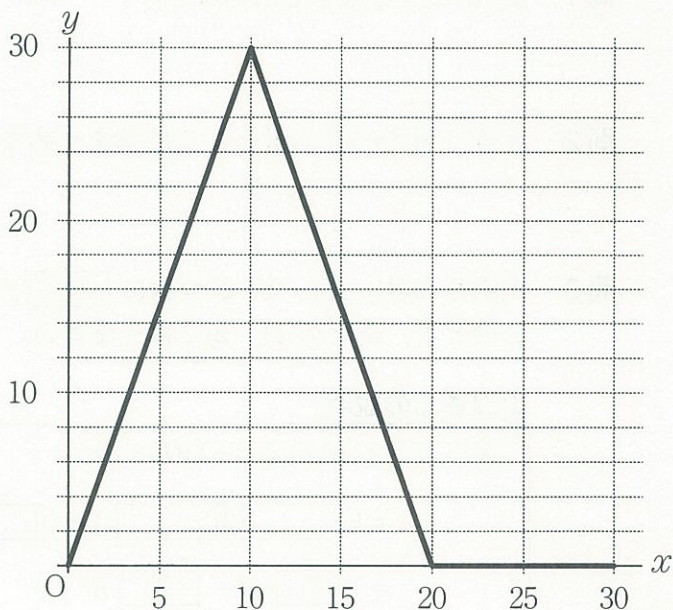


図 II



問 1 点 Q が頂点 B を出発してから x 秒後の線分 BQ の長さを $y\text{cm}$ とする。 x の変域を $0 \leq x \leq 30$ として、次の (1)、(2) に答えなさい。

(1) x と y の関係について、次の ①、② にあてはまる式を答えなさい。

$0 \leq x \leq 15$ のとき、 $y =$

$15 \leq x \leq 30$ のとき、 $y =$

(2) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問 2 四角形 $APQB$ が長方形となるのは、点 P が頂点 A を出発してから何秒後か求めなさい。

問 3 点 P が頂点 A を出発してから 5 秒後の線分 PQ の長さを $a\text{cm}$ とするとき、次の (1)、(2) に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 P が頂点 A を出発してから 3 回目に $PQ = a$ となるのは、何秒後か求めなさい。

【問題 4】 Aの袋には、0から7までのそれぞれ異なる整数が1つずつ書かれたカードが計8枚、Bの袋には、1から6までのそれぞれ異なる整数が1つずつ書かれたカードが計6枚入っている。A、Bそれぞれの袋から、袋の中を見ないように1枚ずつカードを取り出し、Aの袋から取り出すカードに書かれている数字を a 、Bの袋から取り出すカードに書かれている数字を b とし、 $X=10a+b$ 、 $Y=10b+a$ とおく。

このとき、次の各問いに答えなさい。

問1 $a > b$ となる確率を求めなさい。

問2 X が1けたの自然数となる確率を求めなさい。

問3 山田さんは、 $X^2 - Y^2$ がつねに $\boxed{\text{①}}$ の倍数となることを次のように説明した。このとき、あとの(1)、(2)に答えなさい。

山田さんの説明

$$\begin{aligned} X^2 - Y^2 &= (10a + b)^2 - (10b + a)^2 \\ &= (\boxed{\text{②}}) - (\boxed{\text{③}}) \\ &= \boxed{\text{①}} a^2 - \boxed{\text{①}} b^2 \\ &= \boxed{\text{①}} (a^2 - b^2) \\ &= \boxed{\text{①}} (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

a 、 b は整数だから、 $a + b$ 、 $a - b$ も整数となり、

$X^2 - Y^2$ は $\boxed{\text{①}} \times \text{整数}$ となるので、これは $\boxed{\text{①}}$ の倍数である。

(1) $\boxed{\text{②}}$ には、 $(10a + b)^2$ を展開し同類項をまとめた式が入る。

$\boxed{\text{②}}$ に入る式を答えなさい。

(2) $\boxed{\text{①}}$ に入る数を答えなさい。

問4 $X^2 - Y^2$ が、13の正の倍数になる確率を求めなさい。

【問題 5】 底面が $DE = DF = 6\text{cm}$, $\angle EDF = 90^\circ$ である直角二等辺三角形で, 側面 $ADEB$ と側面 $ACFD$ がともに正方形である三角柱 $ABC - DEF$ において, 辺 AB , AC の中点をそれぞれ P , Q とする。この三角柱 $ABC - DEF$ を図のように4点 P , Q , F , E を通る平面で切断し, 頂点 A を含む立体を X , 頂点 B を含む立体を Y とする。

このとき, 次の各問いに答えなさい。

問1 辺 EF の長さを求めなさい。

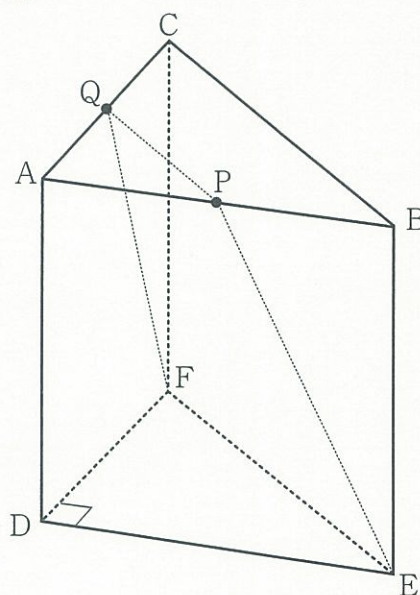
問2 立体 X において, 線分 EP を延長した直線と線分 DA を延長した直線との交点を R とする。

このとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 線分 AR の長さを求めなさい。

(2) 立体 $R - APQ$ の体積を求めなさい。

図



問3 立体 X と立体 Y の体積の比を, 最も簡単な整数の比で表しなさい。